

Задача о T -периодических решениях системы (8) равносильна интегральному уравнению

$$y = e^{A(\mu)T}y + e^{A(\mu)T} \int_0^T e^{-A(\mu)s} a(y(s); s) ds,$$

где $y(t)$ – решение задачи Коши для системы (8) с начальным условием $y(0) = y$. Здесь $A(\mu) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(1+\mu) & 0 \end{bmatrix}$, $a(y, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -y_1^2 \end{bmatrix} \sin t$. Положим $T = 2\pi$. Вычисления показывают, что T -периодические решения уравнения (8) возникают только по направлению вектора $x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{4}{3} \end{bmatrix}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Магницкий Н.А.* Теория динамического хаоса. М.: Наука, 1985; ЛЕНАНД, 2011. - 320 с.
2. *Вышинский А.А., Ибрагимова Л.С., Муртазина С.А., Юмагулов М.Г.* Операторный метод приближенного исследования правильной бифуркации в многопараметрических динамических системах. // Уфимский математический журнал. 2010. Т. 2. № 4. С. 3-26.

Ibragimova L.S. BIFURCATIONS OF FORCED OSCILLATIONS IN CONSERVATIVE DYNAMIC SYSTEMS

The problem about bifurcations of the forced oscillations in the conservative systems is studied. The method is based on construction of the subsidiary two-parameter operator equation. This method allows to define solutions of the initial problem about periodic solutions.

Key words: bifurcation; conservative systems; forced oscillations.

УДК 519.254

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НЕЦЕЛОГО ПОРЯДКА С ПОМЕХОЙ В ВЫХОДНОМ СИГНАЛЕ

© Д.В. Иванов

Ключевые слова: параметрическая идентификация; модель выходной ошибки; метод наименьших квадратов; разности дробного порядка.

Предложен алгоритм, являющийся обобщением метода наименьших квадратов, который позволяет получать сильно состоятельные оценки параметров линейных динамических систем нецелого порядка при наличии помех наблюдения в выходном сигнале в условиях отсутствия информации о законе распределения помех.

В настоящее время активно развиваются методы нелинейного оценивания параметров динамических систем [1, 2]. В статье предложено обобщение метода нелинейных наименьших квадратов на случай динамической системы нецелого порядка с помехой в выходном сигнале.

Рассмотрим линейную динамическую систему нецелого порядка, описываемую стохастическими уравнениями с дискретным временем $i = \dots - 1, 0, 1, \dots$:

$$z_i = \sum_{m=1}^r b_0^{(m)} \Delta^{\alpha_m} z_{i-1} + \sum_{m=1}^{r_1} a_0^{(m)} \Delta^{\beta_m} x_i, y_i = z_i + \xi_i, \quad (1)$$

где $0 < \alpha_1 \dots < \alpha_r$, $0 < \beta_1 \dots < \beta_{r_1}$, $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt$, $\Delta^{\alpha_m} z_i = \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_m}{j} z_{i-j}$,
 $\Delta^{\beta_m} x_i = \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\beta_m}{j} x_{i-j}$, $\binom{\alpha_m}{j} = \frac{\Gamma(\alpha_m+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha_m-j+1)}$.

1. Множество $\tilde{B}$, которому априорно принадлежат истинные значения параметров устойчивой динамической системы, является компактом.

2. Случайный процесс $\{\xi_i\}$ является мартингал-разностью и удовлетворяет следующим условиям: $E(\xi_i/F_i) = 0$, п.н., $E(\xi_i^2/F_i) < \infty$ п.н. $E(\xi_i^4) < \infty$, $E(\xi_i^2) < \infty$, где $F_i - \sigma$ -алгебра, индуцированная семейством непрерывных случайных величин $\{\xi(t), t \in T_i\}$, $T_i = \{t; t \leq i, t \in Z_c - \text{множество целых чисел}\}$.

3. Входной сигнал x_i является случайным процессом с $E(x_i) = 0$, $E(x_i^2) = \sigma_x^2 < \infty$ и истинные значения параметров $\left(\frac{b_0}{a_0}\right)$ удовлетворяют условию

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\varphi_z^{(i)}}{\varphi_x^{(i)}} \right) \left(\left(\varphi_z^{(i)} \right)^T \mid \left(\varphi_x^{(i)} \right)^T \right) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(\frac{H_{zz}}{H_{zx}^T} \mid \frac{H_{zx}}{H_{xx}} \right) = H \text{ п.н.,}$$

$$\varphi_z^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_1}{j} z_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_r}{j} z_{i-j-1} \right)^T,$$

$$\varphi_x^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\beta_1}{j} x_{i-j}, \dots, \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\beta_{r_1}}{j} x_{i-j} \right)^T,$$

причем H существует, ограничена и положительно определена.

4. $\{x_i\}$ статистически не зависит от $\{\xi_i\}$.

Требуется определять оценки неизвестных коэффициентов динамической системы, описываемой уравнением (1) по наблюдаемым последовательностям y_i, x_i , при известных порядках r, r_1 определить оценки истинных значений параметров.

Система может быть записана как линейная регрессия

$$y_i = \varphi_i^T \theta_0 + \varepsilon_i,$$

где $\theta = (b_0^T \mid a_0^T)^T = (b_0^{(1)}, \dots, b_0^{(r)} \mid a_0^{(1)}, \dots, a_0^{(r_1)})^T$, $\varepsilon_i = \xi_i - b_0^T \varphi_\xi^{(i)}$,

$$\varphi_i = \left(\left(\varphi_y^{(i)} \right)^T \mid \left(\varphi_x^{(i)} \right)^T \right)^T,$$

$$\varphi_y^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_1}{j} y_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_r}{j} y_{i-j-1} \right)^T,$$

$$\varphi_\xi^{(i)} = \left(\sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_1}{j} \xi_{i-j-1}, \dots, \sum_{j=0}^i (-1)^j \binom{\alpha_r}{j} \xi_{i-j-1} \right)^T.$$

Определим оценку $\hat{\theta}(N)$ неизвестных параметров θ из условия минимума суммы взвешенных квадратов обобщённых ошибок $(\varepsilon_i(b, a, i))^2$, т. е.

$$\min_{\theta \in \tilde{B}} \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - \varphi_i^T \theta)^2}{\bar{\sigma}^2 + b^T H_\xi b}, \quad (2)$$

где $\bar{\sigma}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \xi_i^2$,

$$H_\xi = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} E \left[\sum_{i=1}^N \varphi_\xi^{(i)} \left(\varphi_\xi^{(i)} \right)^T \right] = \begin{pmatrix} h_\xi^{(11)} & \dots & h_\xi^{(r1)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_\xi^{(1r)} & \dots & h_\xi^{(rr)} \end{pmatrix},$$

$$h_\xi^{(mk)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=j}^{N-1} \begin{pmatrix} \alpha_m \\ j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_k \\ j \end{pmatrix} \sigma^2(i-j-1), m = \overline{1, r}.$$

Т е о р е м а 1. Пусть некоторый случайный процесс $\{y_i, i = \dots - 1, 0, 1, \dots\}$ описывается уравнением (1) с начальными нулевыми условиями, и выполняются предположения 1 – 4. Тогда оценка $\hat{\theta}(N)$, определяемая выражением (2) с вероятностью 1 при $N \rightarrow \infty$, существует, единственная и является сильно состоятельной оценкой, то есть

$$\hat{\theta}(N) \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{} \theta_0 \text{ п.н.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Кацуба О.А. Теория идентификации стохастических динамических систем в условиях неопределенности: монография. Самара: СамГУПС, 2008. ISBN 978-5-98941-079-8.
2. Иванов Д.В. Рекуррентное оценивание параметров динамических систем. Модели с ошибками в переменных. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH, 2011. ISBN 978-3-8473-0715-0.

Ivanov D.V. IDENTIFICATION OF LINEAR DYNAMICAL SYSTEMS NON-INTEGGER ORDER WITH NOISE IN OUTPUT SIGNAL

An algorithm, which is a generalization of the method of least squares, which produces strongly consistent estimators of the parameters of linear dynamical systems non-integer order with noise in the output signal in the absence of information about the distribution of the noise, is proposed.

Key words: parametric identification; output-error model; least squares; fractional difference.

УДК 517.16

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ВЫПУКЛОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ L_2 - НОРМ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

© Е.В. Иванова

Ключевые слова: гильбертово пространство; ω -периодическая векторная функция; абсолютно непрерывная; измеримая производная; равенство Парсеваля.

Получена теорема о взаимосвязи норм производных векторной ω -периодической функции в комплексном гильбертовом пространстве. В доказательстве используется равенство Парсеваля при разложении функции в ряд Фурье.

Пусть $\mathbb{H}$ — комплексное гильбертово пространство со стандартным обозначением нормы и скалярного произведения. Пусть $\mathbb{R}$ — числовая прямая и $\mathbf{x}(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{H}$ есть векторная ω -периодическая функция

$$\mathbf{x}(t + \omega) = \mathbf{x}(t).$$